1. Sistemas de numeración y códigos.

El sistema de numeración empleado habitualmente es el que utiliza la **base 10** o **sistema decimal.**

Los circuitos digitales utilizan para su trabajo el **sistema de numeración binario**, es decir, el que toma como base el número 2.

$$1101{,}101 = 1\ 2^3 + 1\ 2^2 + 0\ 2^1 + 1\ 2^0 + 1\ 2^{-1} + 0\ 2^{-2} + 1\ 2^{-3}$$

2. Álgebra de Boole

Un álgebra de Boole es la estructura algebraica que corresponde a un conjunto de elementos, que pueden tomar los valores de 0 y 1.

- ***Lógica de niveles***

La característica fundamental del control digital es que la magnitud que varía lo hace en torno a dos estados. Estos dos estados, reciben varias denominaciones.

0	No activo	OFF	L (Low)	Bajo
1	Activo	ON	H (High)	Alto

- ***Operaciones básicas en el álgebra de Boole***

Se llama **función lógica** a toda variable binaria cuyo valor depende de una expresión algebraica formada por otras variables binarias que están relacionadas entre sí por las operaciones más y por. Ej:

$$S = a + b \cdot c$$

Una **tabla de verdad** se utiliza para reflejar todas las posibles combinaciones de las variables de entrada con el correspondiente valor de la función. Para ***n*** variables de entrada le corresponden $\boldsymbol{2^n}$ combinaciones

- *Postulados, propiedades y teoremas del álgebra de Boole*

Propiedades

Propiedad conmutativa:

$a + b = b + a$ $\qquad$ $a \cdot b = b \cdot a$

Propiedad asociativa:

$(a + b) + c = a + (b + c)$ $\qquad$ $(a \cdot b) \cdot c = a \cdot (b \cdot c)$

Propiedad distributive:

$a \cdot (b + c) = (a \cdot b) + (a \cdot c)$ $\qquad$ $a + (b \cdot c) = (a + b) \cdot (a + c)$

Postulados

$a+1=1$ $\quad$ $a+0=a$ $\quad$ $a+a=a$ $\quad$ $a+\overline{a}=1$ $\quad$ $a.1=a$ $\quad$ $a.0=0$ $\quad$ $a.a=a$ $\quad$ $a\cdot\overline{a}=0$ $\quad$ $\overline{\overline{a}}=a$

Teoremas

- $a + a \cdot b = a$
- $a \cdot (a + b) = a$
- $a + \bar{a} \cdot b = a + b$
- $b \cdot (a + \bar{b}) = a \cdot b$

Leyes De Morgan

$$\overline{a+b} = \bar{a} * \bar{b} \qquad \overline{a+b+c} = \bar{a}\cdot\bar{b}\cdot\bar{c}$$

$$\overline{a\cdot b} = \bar{a}+\bar{b} \qquad \overline{a\cdot b\cdot c} = \bar{a}+\bar{b}+\bar{c}$$

PUERTAS LÓGICAS

Las puertas lógicas son los operadores con los que se trabaja en la electrónica digital, que se desarrolla a partir de ellas, y de otros componentes auxiliares tales como resistencias, condensadores, diodos, etc.

PUERTA	SÍMBOLO	SÍMBOLO (ANSI)	FUNCIÓN	ANIMACIÓN	TABLA DE VERDAD
INVERSOR NOT		1	F = A'		A / F 0 / 1 1 / 0
Y AND		&	F = A B		A / B / F 0 / 0 / 0 0 / 1 / 0 1 / 0 / 0 1 / 1 / 1
O OR		≥1	F = A + B		A / B / F 0 / 0 / 0 0 / 1 / 1 1 / 0 / 1 1 / 1 / 1
No Y NAND		&	F = (A B)' F = A' + B'		A / B / F 0 / 0 / 1 0 / 1 / 1 1 / 0 / 1 1 / 1 / 0
No O NOR		≥1	F = (A + B)' F = A' B'		A / B / F 0 / 0 / 1 0 / 1 / 0 1 / 0 / 0 1 / 1 / 0
O EXCLUSIVA XOR		=1	F = AB' + A'B		A / B / F 0 / 0 / 0 0 / 1 / 1 1 / 0 / 1 1 / 1 / 0

3. Obtención de la función lógica a partir de la tabla de verdad

A partir de la tabla de verdad podemos obtener la función lógica de dos maneras distintas, utilizando la primera y segunda forma canónica.

- ***La primera forma canónica: suma de productos o minterms,*** se obtiene sumando todos los productos lógicos que hacen a la función 1 y negando las variables que su estado sea cero.
- ***La segunda forma canónica: producto de sumas o maxterms,*** se obtiene multiplicando las sumas lógicas que hacen a la función 0 y negando las variables que su estado sea uno.

	a	b	c	S	miniterm
0	0	0	0	0	$a+b+c$
1	0	0	1	1	$\overline{a}\cdot\overline{b}\cdot c$
2	0	1	0	0	$a+\overline{b}+c$
3	0	1	1	1	$\overline{a}\cdot b\cdot c$
4	1	0	0	1	$\overline{a}\cdot\overline{b}\cdot c$
5	1	0	1	0	$\overline{a}+b+\overline{c}$
6	1	1	0	1	$a\cdot\overline{b}\cdot c$
7	1	1	1	1	$a\cdot b\cdot c$

Primera forma canónica o miniterms

$$S=\sum_{3}(1,3,4,6,7)$$

$$S= \overline{a}\cdot\overline{b}\cdot c+\overline{a}\cdot b\cdot c+a\cdot\overline{b}\cdot\overline{c}+a\cdot b\cdot\overline{c}+a\cdot b\cdot c$$

Segunda forma canónica o maxiterms

$$S=\prod_{3}(2,5,7)$$

$$S= (a+b+c)\cdot(a+\overline{b}+c)\cdot(\overline{a}+b+\overline{c})$$

4. Simplificación de funciones

Simplificar una función lógica es hallar una nueva función equivalente a la primera, cuyo logigrama resulte más simplificado que el del circuito inicial. Para ello podemos aplicar las propiedades de las operaciones lógicas y las características de la estructura de álgebra de Boole.

Ejemplo: simplificar la función $F = A\,B\,C + A\,B\,\overline{C}$

- Como la suma y el producto lógicos son distributivos, podemos sacar factor común, con lo que resulta:

$$F = AB\,(\overline{C} + C)$$

- Si cosideramos los respectivos elementos neutros de cada operación, tendremos:

$$F = AB\,(C + \overline{C}) = A\,B * 1 = A\,B$$

5.1. *Diagramas de Karnaugh*

Se rellenan los cuadros teniendo en cuenta la tabla de verdad y escribiendo los unos y los ceros en sus coordenadas correspondientes con las variables. En el caso de que existan combinaciones con términos indefinidos o prohibidos, éstos se representarán con una X y luego se sustituirán por 0 o 1 según convenga.

Se trata de coger todos los unos con el menor número de grupos más grandes.

- Se toman todos los 1 que no pueden formar parte de un grupo de dos por no ser adyacentes con ninguno.
- Se forman los grupos de dos unos que no puedan formar parte de un grupo de cuatro.
- Se forman los grupos de cuatro que no puedan formar parte de un grupo de ocho.
- Cuando se cubran todos los 1, el proceso se detiene.
- Se ha de tener en cuenta que un 1 puede estar incluido en tantos grupos como sea necesario.

Tablas de Karnaugh para dos, tres y cuatro variables

b a	0	1
0	0	1
1	2	3

¡ Cuidado !, el orden de las variables no siguen el orden normal, sino que hay una alteración entre el 2 y el 3: 00 – 01 – **11 - 10**

c a b	00	01	11	10
0	**0**	**2**	**3**	**1**
1	**4**	**6**	**7**	**5**

cd ab	00	01	11	10
00	**0**	**2**	**3**	**1**
101	**8**	**10**	**11**	**9**
11	**12**	**14**	**15**	**13**
10	**4**	**6**	**7**	**5**

Ejemplo: simplifica la función:

$F=\bar{a}\cdot\bar{b}\cdot\bar{c} + \bar{a}\cdot b\cdot\bar{c} + a\cdot b\cdot\bar{c} + a\cdot\bar{b}\cdot\bar{c} + \bar{a}\cdot b\cdot c$

- En primer lugar, procederemos a confeccionar el diagrama de Karnaugh correspondiente a una función de tres variables y asignaremos 1 a las casillas que representan los términos canónicos presentes.

- A continuación, agrupamos las casillas marcadas con un 1. Es posible formar un grupo horizontal de cuatro y otro vertical de dos.

ab / c	0 0	0 1	1 1	1 0
0	1 (0)	1 (2)	1 (3)	1 (1)
1	(4)	1 (6)	(7)	(5)

- Grupo 1: celdas 0,2,3,1 $\bar{c}$
En este grupo las variables a y b cambian a lo largo del grupo, si cambian desaparecen de la función, la única variable que no cambia es la c, y como está a cero habrá que negarla.

- Grupo 2: celdas 2,6 $\bar{a}\cdot b$
En este grupo las variables a y b no cambia estando la a a cero, por tanto no desaparece ninguna y se niega la a, sin embargo la c si cambia de valor por tanto no aparece en la función.

La función simplificada será pues: $F=\bar{a}\cdot b+\bar{c}$

Implementación de funciones con puertas NAND y NOR

Las puertas NAND y NOR se conocen también como puertas universales debido a que todas las funciones se pueden construir con ellas.

Para poder realizar una función determinada o un circuito digital utilizando sólo puertas NAND o NOR, **debemos aplicar las leyes de Morgan tantas veces como sea necesario**, hasta que la función se exprese en forma de productos o sumas negadas respectivamente.

Las tres funciones básicas con puertas NAND y NOR de dos entradas, son:

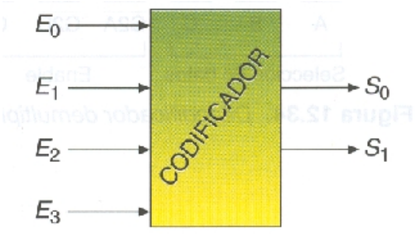
- ***Función inversión:*** Se realiza con NAND o NOR con sus entradas unidas o cortocircuitadas
- ***NAND:*** buscamos en la función la negación de productos (*ojo·ojo y ceja*)
- ***NOR***: buscamos en la función la negación de la suma (*ojo+ojo y ceja*)

6. Circuitos lógicos combinacionales integrados

La característica fundamental de los circuitos combinacionales es que las salidas dependen del estado de las entradas en cada instante. Es decir, las salidas son independientes del tiempo.

6.1. Codificadores

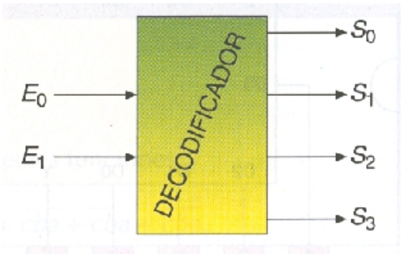
Un codificador es un circuito combinacional que posee n salidas y 2^n entradas, de forma que al accionarse una de sus entradas, en la salida aparece la combinación binaria correspondiente al número decimal asignado a esa entrada.



En los **codificadores sin prioridad** no puede activarse más de una entrada al mismo tiempo y normalmente no se emplean.

Los **codificadores con prioridad** se produce una acción simultánea de varias de sus entradas, en la salida se presentará el código de aquella entrada que tenga asignada mayor peso significativo, normalmente es la de mayor valor decimal.

6.2. Decodificadores



Son circuitos combinacionales cuya misión es convertir todas las combinaciones binarias pertenecientes a un código determinado en su correspondiente equivalencia en el sistema decimal.

Los decodificadores disponen de un cierto número de entradas, **n,** y de otro número de salidas menor o igual a $\mathbf{2^n}$**.**

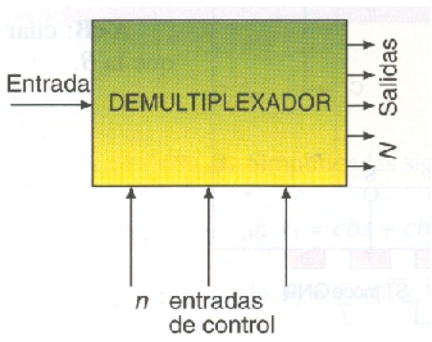
Su funcionamiento es el siguiente: cuando se presenta una determinada combinación binaria a la entrada, se activa una de las salidas (las restantes quedan desactivadas). Cada una de ellas corresponde a la expresión decimal equivalente a la combinación binaria de entrada.

Los decodificadores se utilizan también para dos aplicaciones:

Los demultiplexadores

La generación de funciones lógicas.

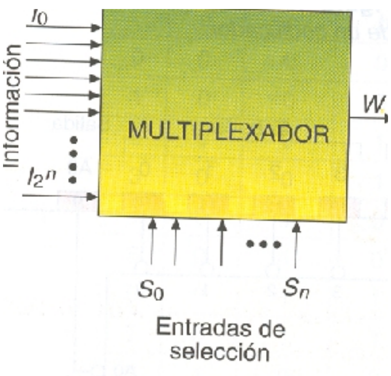
6.3. Demultiplexador



Los demultiplexadores son circuitos lógicos combinacionales con una sola entrada, N salidas y n entradas de control.

Su labor consiste en transmitir la información desde la entrada a la salida seleccionada mediante las entradas de control.

7.4. Multiplexador

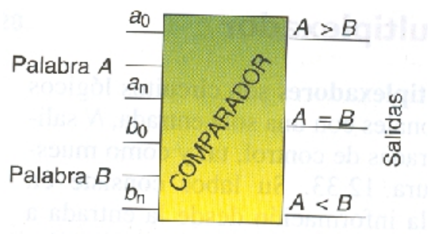


El **multiplexor** es un circuito lógico combinacional cuya labor consiste en canalizar varias fuentes de información binaria hacia una línea común de salida.

En general, un multiplexor posee 2^n entradas de información, denominadas I_0 a I_n, n entradas de selección, conocidas como S_0 a S_n, y una sola salida de información W.

El funcionamiento de un multiplexor es el siguiente: cuando se presenta una combinación binaria en las entradas de selección, en la salida aparece un solo dato, correspondiente a la entrada que lleve asignada esta combinación binaria.

7.5. Comparador



Un comparador digital es un circuito lógico combinacional capaz de detectar las relaciones mayor, igual y menor entre dos configuraciones binarias.

En esencia, una comparación digital presenta:

- Dos grupos de n líneas de entrada (A y B). Cada grupo de líneas canaliza hacia la entrada del comparador una palabra binaria de n bits.
- Tres líneas de salida. Al comparar las dos palabras binarias introducidas en el comparador, el sistema combinacional responderá activando una de las tres salidas siguientes.

A > B: cuando la palabra binaria A sea de magnitud superior a B

A = B: cuando la palabra binaria A sea igual a la B

A < B: cuando la palabra binaria A sea de menor magnitud que la B